Agenda

- Números Complexos
- Fasores
- Impedância
- Exercícios

Motivações

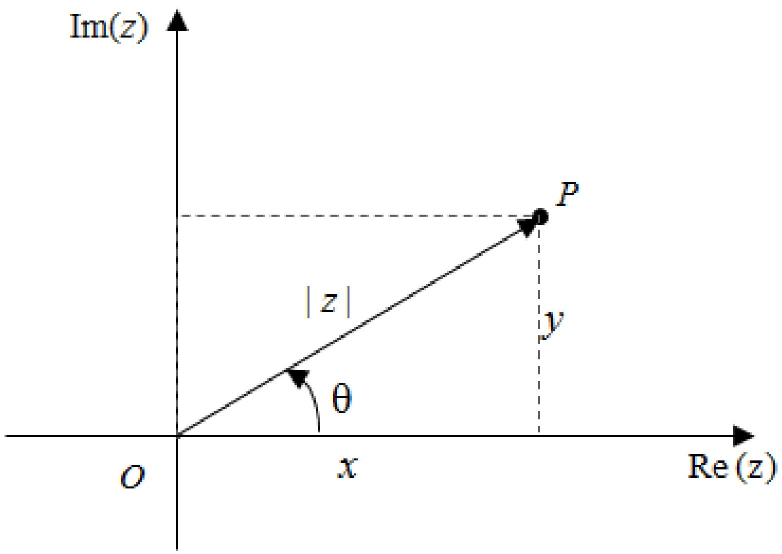
- A resolução de circuitos de corrente alternada no domínio do tempo gera equações diferenciais de solução complexa e/ou trabalhosa.
- A análise destes circuitos por meio do uso de fasores e impedância proporciona uma maneira simplificada de resolvê-los.

Números Complexos

- Para que se possa compreender o uso dos conceitos de fasor e impedância, faz-se necessário ter o domínio da teoria de números complexos.
- $Z = x + jy$, onde $x = Re\{Z\}$ e $y = Im\{Z\}$
- $j = \sqrt{-1}$

Números Complexos

- Se Z = x + jy → Z* = x – jy → Forma Retangular
- $Z = |Z|\, e^{j\theta} \rightarrow Z^* = |Z|\, e^{-j\theta}$ → Forma Exponencial
- $Z = |Z|\angle\theta \rightarrow Z^* = |Z|\angle-\theta$ → Forma Polar
- $|Z| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- $\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$



Fasor

- É expresso pelo valor eficaz e fase de uma tensão ou corrente presente no circuito elétrico.
- Trata-se de uma "imagem congelada" do vetor girante que lhe dá origem.
- $\mathrm{Z} = |Z|\, e^{j\theta} \rightarrow \mathrm{Z} = |Z|\llcorner\theta \rightarrow |Z|\,(\cos\theta + j\, sen\,\theta)$
- $\mathrm{Z}* = |Z|\, e^{-j\theta} \rightarrow \mathrm{Z}* = |Z|\llcorner -\theta \rightarrow |Z|\,(\cos\theta\ - j\, sen\,\theta)$

Fasor

- $i(t) = I_p sen(\omega t + \theta) = \sqrt{2} I_{ef} sen(\omega t + \theta) \rightarrow \hat{I} = I_{ef} \llcorner \theta$
- Pode ser considerada como a parte imaginária do vetor
- $\dot{J} = \sqrt{2} I_{ef} e^{j(\omega t + \theta)} = \sqrt{2} I_{ef} [\cos(\omega t + \theta) + j\, sen(\omega t + \theta)]$
- Raciocínio análogo pode ser aplicado ao sinal de tensão abaixo
- $v(t) = V_p sen(\omega t + \phi) = \sqrt{2} V_{ef} sen(\omega t + \phi) \rightarrow \hat{V} = V_{ef} \llcorner \phi$

Impedância

- Sejam os sinais de tensão e corrente abaixo:
- $\hat{I} = I_{ef} \llcorner \theta$
- $\hat{V} = V_{ef} \llcorner \phi$
- Define-se a impedância como a relação entre essas duas grandezas:

  - $Z = \dfrac{\hat{V}}{\hat{I}} = \dfrac{V_{ef} \llcorner \phi}{I_{ef} \llcorner \theta} = |Z| \llcorner \phi - \theta$

Tabelas

Tabela 9.1 • Transformação senoide-fasor.

Representação do domínio do tempo	Representação no domínio dos fasores
$V_m \cos(\omega t + \phi)$	$V_m \angle \phi - 90°$
$V_m \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$	$V_m \angle \phi$
$I_m \cos(\omega t + \theta)$	$I_m \angle \theta - 90°$
$I_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta)$	$I_m \angle \theta$

Tabelas

Tabela 9.2 • Resumo das relações tensão-corrente.

Elemento	Domínio do tempo	Domínio da frequência
R	$v = Ri$	$\mathbf{V} = R\mathbf{I}$
L	$v = L\dfrac{di}{dt}$	$\mathbf{V} = j\omega L\mathbf{I}$
C	$i = C\dfrac{dv}{dt}$	$\mathbf{V} = \dfrac{\mathbf{I}}{j\omega C}$

Tabelas

Tabela 9.3 • Impedância e admitância de elementos passivos.		
Elemento	**Impedância**	**Admitância**
R	$\mathbf{Z} = R$	$\mathbf{Y} = \frac{1}{R}$
L	$\mathbf{Z} = j\omega L$	$\mathbf{Y} = \frac{1}{j\omega L}$
C	$\mathbf{Z} = \frac{1}{j\omega C}$	$\mathbf{Y} = j\omega C$