NÚMEROS COMPLEXOS NA ENGENHARIA ELÉTRICA

Em circuitos de corrente alternada, por exemplo, as instalações elétricas residenciais, as grandezas elétricas são analisadas com o auxílio dos números complexos, o que facilita muito os cálculos. A relação $U = Ri$, estudada na Física do ensino médio e que utiliza dos números reais, torna-se $U = Zi$, em que U é a tensão, Z é a impedância e i é a corrente elétrica. Sendo que essas grandezas passam a ser representadas através de números complexos. Para que não haja confusão entre i, símbolo da corrente elétrica, e i, unidade imaginária, os engenheiros elétricos usam j como unidade imaginária na representação algébrica $a + bj$. Além disso usam a notação $|w|\angle\theta$ para forma trigonométrica $|w|\,(\cos\theta + i\sin\theta)$ do número complexo w. Com base no texto acima, vamos resolver o problema a seguir:

Uma fonte de tensão, de valor eficaz $220\angle 0^0$, alimenta uma carga de impedância $Z = (10 + 10j)$ ohm. Vamos obter a corrente fornecida pela fonte.

Solução:

$U = Zi \Rightarrow i = \frac{U}{Z}$. Para efetuar essa divisão, é preferível ter U e Z na forma trigonométrica.
Já temos $U = 220\angle 0^0 = 220(\cos 0^0 + i\sin 0^0)$, e agora precisamos obter a forma trigonométrica de Z:

$Z = 10 + 10j \Rightarrow |Z| = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$

Segue que

Então: $10 + 10j = 10\sqrt{2}\,(\cos 45^0 + i\sin 45^0) = 10\sqrt{2}\angle 45^0$. Assim a corrente fornecida pela fonte é dada por:

$i = 11\sqrt{2}\,[\cos(45^0) - i\sin(45^0)]$

$i = 11\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}j\right)$

$i = 11 - 11j$ (ou $11\sqrt{2}\angle -45^0$)

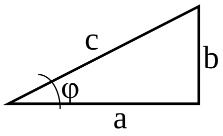
AULA DE EXERCÍCIOS

Prof.: Gustavo Ognibeni Troiano (*Marcos Julio Rider Flores*)
Rafael Cuerda Mozani (*Daniel Dotta*)

PARTE I – REVISÃO COMPLEXOS

I.1 Representação

$a + jb$ $\qquad\qquad$ $c\angle\varphi$



I.2 Operações

Soma/Subtração $\qquad a + jb + c - jd = (a + c) + j(b - d)$

Multiplicação $\qquad c\angle\varphi_1 \cdot e\angle\varphi_2 = c \cdot e\angle(\varphi_1 + \varphi_2)$

Divisão $\qquad \dfrac{c\angle\varphi_1}{e\angle\varphi_2} = \dfrac{c}{e}\angle(\varphi_1 - \varphi_2)$

PARTE II – REPRESENTAÇÃO FASORIAL

II.1 Representação de todas as tensões/correntes em função de seno ou cosseno.

Tabela 9.1 • Transformação senoide-fasor.

Representação do domínio do tempo	Representação no domínio dos fasores
$V_m \cos(\omega t + \phi)$	$V_m \angle \phi - 90°$
$V_m \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$	$V_m \angle \phi$
$I_m \cos(\omega t + \theta)$	$I_m \angle \theta - 90°$
$I_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta)$	$I_m \angle \theta$

II.2 Representação dos elementos de circuito em termos de impedância

Tabela 9.2 • Resumo das relações tensão-corrente.

Elemento	Domínio do tempo	Domínio da frequência
R	$v = Ri$	$\mathbf{V} = R\mathbf{I}$
L	$v = L\dfrac{di}{dt}$	$\mathbf{V} = j\omega L\mathbf{I}$
C	$i = C\dfrac{dv}{dt}$	$\mathbf{V} = \dfrac{\mathbf{I}}{j\omega C}$

II.3 Relação entre tensão e corrente para a impedância

Tabela 9.3 • Impedância e admitância de elementos passivos.

Elemento	Impedância	Admitância
R	$\mathbf{Z} = R$	$\mathbf{Y} = \dfrac{1}{R}$
L	$\mathbf{Z} = j\omega L$	$\mathbf{Y} = \dfrac{1}{j\omega L}$
C	$\mathbf{Z} = \dfrac{1}{j\omega C}$	$\mathbf{Y} = j\omega C$