

Nesse capítulo, aprenderemos alguns métodos importantes de análise de circuitos elétricos, todos baseados em teoremas e nos principais fundamentos da eletricidade.

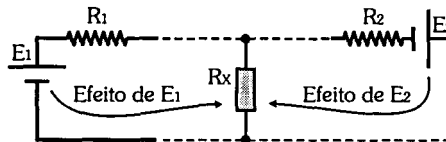
9.1

Método da Superposição

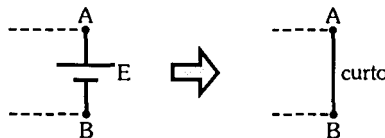
O Método da Superposição é baseado no *Teorema da Superposição de Efeitos* e se aplica nos casos em que desejamos analisar o comportamento elétrico (tensão e corrente) num único dispositivo ou ramo de um circuito, sem precisar determinar as tensões e correntes nos demais.

Teorema da Superposição de Efeitos

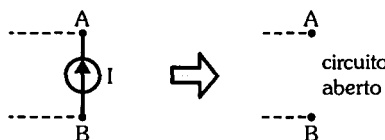
“Num circuito elétrico formado por vários bipolos lineares, o efeito causado pelos geradores num determinado ramo ou bipolo é equivalente à soma algébrica dos efeitos causados por cada gerador individualmente, eliminados os efeitos dos demais.”



Para eliminar o efeito causado num circuito por um *gerador de tensão*, ele deve ser substituído por um curto-circuito.



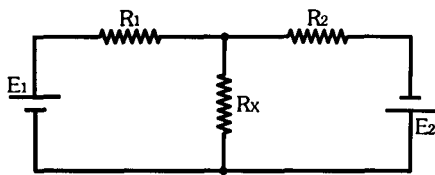
Para eliminar o efeito causado num circuito por um *gerador de corrente*, ele deve ser substituído por um circuito aberto.



Nota: Consulte no Apêndice 1, os tópicos IV e V.

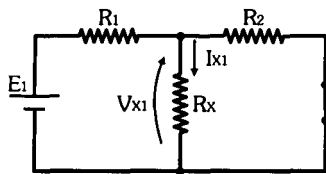
EXEMPLO

No circuito abaixo, determinaremos a corrente e a tensão no resistor R_x :



Dados: $E_1 = 10V$
 $E_2 = 20V$
 $R_1 = 100\Omega$
 $R_2 = 220\Omega$
 $R_x = 100\Omega$

- 1) Primeiramente, eliminaremos o efeito causado pelo gerador de tensão E_2 por meio da sua substituição por um curto-circuito e determinaremos a tensão V_{X1} e a corrente I_{X1} em R_x , por efeito de E_1 .

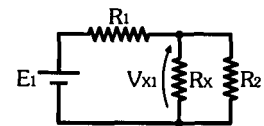
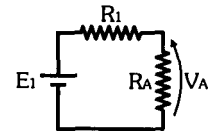


$$R_A = \frac{R_x \cdot R_2}{R_x + R_2} = \frac{100 \times 220}{100 + 220} = 68,75\Omega$$

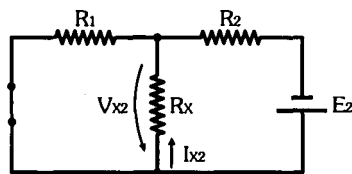
$$V_{X1} = V_A = \frac{R_A}{R_1 + R_A} \cdot E_1 \Rightarrow$$

$$V_{X1} = \frac{68,75}{100 + 68,75} \times 10 \Rightarrow V_{X1} = 4,07V$$

$$I_{X1} = \frac{V_{X1}}{R_x} = \frac{4,07}{100} \Rightarrow I_{X1} = 40,70mA$$



- 2) Em seguida, eliminaremos o efeito causado pelo gerador de tensão E_1 por meio da sua substituição por um curto-circuito e determinaremos a tensão V_{X2} e a corrente I_{X2} em R_x , por efeito de E_2 .

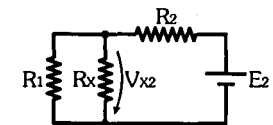
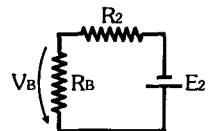


$$R_B = \frac{R_x \cdot R_1}{R_x + R_1} = \frac{100 \times 100}{100 + 100} = 50\Omega$$

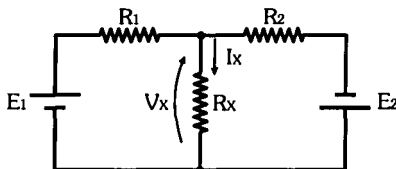
$$V_{X2} = V_B = \frac{R_B}{R_2 + R_B} \cdot E_2 \Rightarrow$$

$$V_{X2} = \frac{50}{220 + 50} \times 20 \Rightarrow V_{X2} = 3,70V$$

$$I_{X2} = \frac{V_{X2}}{R_x} = \frac{3,70}{100} \Rightarrow I_{X2} = 37,00mA$$

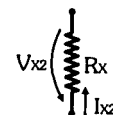


- 3) Finalmente, podemos calcular a tensão V_x e a corrente I_x pela soma algébrica dos efeitos de E_1 e E_2 .



$$V_x = V_{X1} - V_{X2} = 4,07 - 3,70 \Rightarrow V_x = 0,37V$$

$$I_x = I_{X1} - I_{X2} = 40,70 - 37,00 \Rightarrow I_x = 3,70mA$$

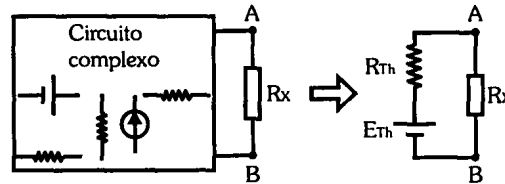


O Método de Thévenin é baseado no *Teorema de Thévenin* e se aplica nos casos em que desejamos simplificar um circuito complexo por um mais simples equivalente.

Esse procedimento é muito útil quando precisamos analisar, em detalhes, o comportamento de apenas uma parte de um circuito elétrico.

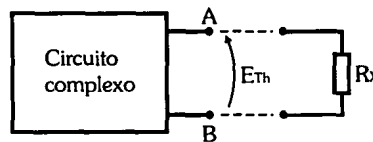
Teorema de Thévenin

“Num circuito formado por vários bipolos lineares, todos os geradores e receptores do circuito que envolvem um determinado bipolo ou ramo de interesse podem ser substituídos por um gerador de tensão Thévenin formado por uma fonte de tensão equivalente Thévenin E_{Th} em série com uma resistência interna equivalente Thévenin R_{Th} .”

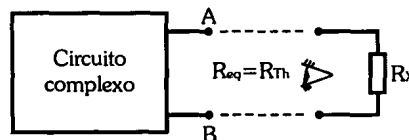


Os valores de E_{Th} e R_{Th} são calculados da seguinte forma:

E_{Th} : tensão em aberto entre os pontos em que está localizado o bipolo ou ramo de interesse, causada por todos os geradores e receptores do circuito.

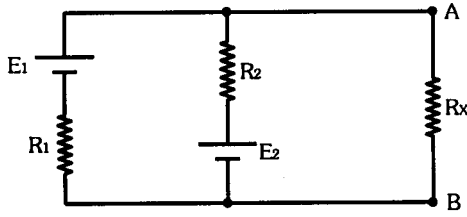


R_{Th} : resistência equivalente vista pelo bipolo ou ramo de interesse, quando todos os geradores de tensão são substituídos por curto-circuitos e todos os geradores de corrente são substituídos por circuitos abertos.



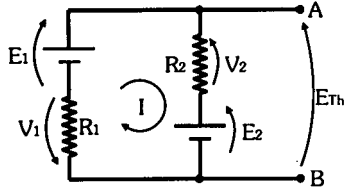
EXEMPLO

No circuito abaixo, determinaremos a corrente e a tensão no resistor R_x :



- Dados: $E_1 = 15V$
 $E_2 = 10V$
 $R_1 = 150\Omega$
 $R_2 = 100\Omega$
 $R_x = 1k\Omega$

- 1) Primeiramente, retiraremos R_x e calcularemos a tensão E_{Th} entre A e B.



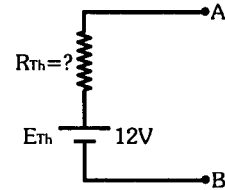
$$E_1 - V_2 - E_2 - V_1 = 0 \Rightarrow E_1 - R_2 \cdot I - E_2 - R_1 \cdot I = 0 \Rightarrow$$

$$15 - 100 \cdot I - 10 - 150 \cdot I = 0 \Rightarrow 250 \cdot I = 5 \Rightarrow I = \frac{5}{250} = 20mA$$

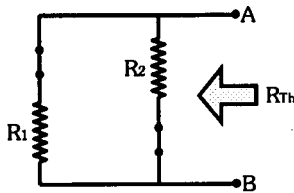
$$E_{Th} = E_2 + V_2 = E_2 + R_2 \cdot I \Rightarrow$$

$$E_{Th} = 10 + 100 \times 20 \times 10^{-3} \Rightarrow$$

$$E_{Th} = 12V$$



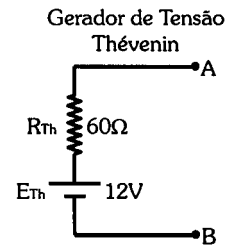
- 2) Em seguida, substituiremos os geradores de tensão E_1 e E_2 por curto-circuitos e calcularemos a resistência R_{Th} entre A e B, vista pela resistência R_x .



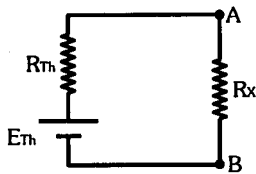
$$R_{Th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow$$

$$R_{Th} = \frac{150 \times 100}{150 + 100} \Rightarrow$$

$$R_{Th} = 60\Omega$$



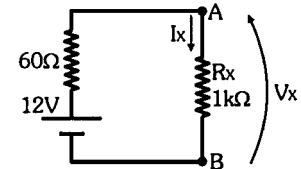
- 3) Com o gerador de tensão Thévenin determinado, ligaremos novamente R_x entre A e B e calcule a tensão V_x e a corrente I_x .



$$V_x = \frac{R_x}{R_{Th} + R_x} \cdot E_{Th} \Rightarrow$$

$$V_x = \frac{1000}{60 + 1000} \times 12 \Rightarrow$$

$$V_x = 11,32V$$

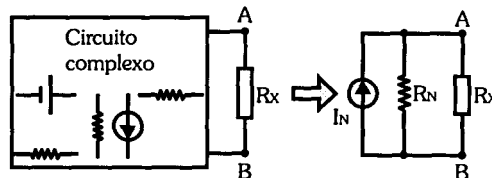


$$I_x = \frac{V_x}{R_x} = \frac{11,32}{1000} \Rightarrow I_x = 11,32mA$$

O Método de Norton é baseado no *Teorema de Norton*, que é similar ao de Thévenin, isto é, se aplica nos casos em que desejamos simplificar um circuito complexo por um mais simples equivalente, com a diferença de que o circuito simplificado é formado por um gerador de corrente no lugar do gerador de tensão.

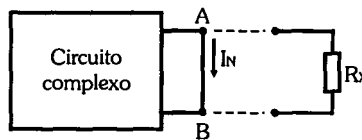
Teorema de Norton

“Num circuito formado por vários bipolos lineares, todos os geradores e receptores do circuito que envolvem um determinado bipolo ou ramo de interesse podem ser substituídos por um gerador de corrente Norton formado por uma fonte de corrente equivalente Norton I_N em paralelo com uma resistência interna equivalente Norton R_N .”

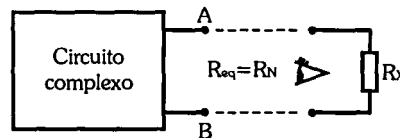


Os valores de I_N e R_N são calculados da seguinte forma:

I_N : corrente que passa pelos pontos em que está localizado o bipolo ou ramo de interesse, quando ele é substituído por um curto-circuito.

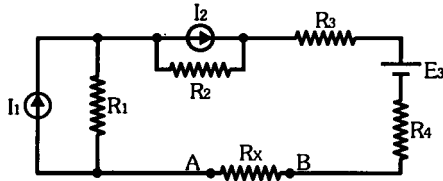


R_N : resistência equivalente vista pelo bipolo ou ramo de interesse, quando todos os geradores de tensão são substituídos por curto-circuitos e todos os geradores de corrente são substituídos por circuitos abertos.



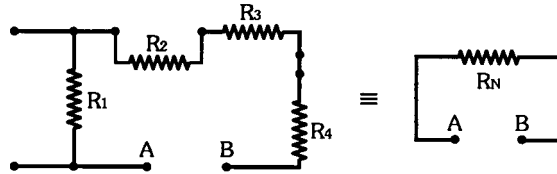
EXEMPLO

No circuito abaixo, determinaremos a corrente e a tensão no resistor R_x :



Dados: $I_1 = 20\text{mA}$; $I_2 = 15\text{mA}$
 $E_3 = 300\text{V}$
 $R_1 = 10\text{k}\Omega$; $R_2 = 12\text{k}\Omega$
 $R_3 = 2\text{k}\Omega$; $R_4 = 1\text{k}\Omega$
 $R_x = 4\text{k}\Omega$

- 1) Primeiramente, substituiremos os geradores de corrente I_1 e I_2 por circuitos abertos e o gerador de tensão E_3 por um curto-circuito e calcularemos a resistência R_N entre A e B , vista pela resistência R_x .



$$R_N = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \Rightarrow$$

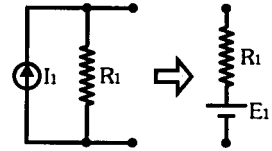
$$R_N = 10\text{k} + 12\text{k} + 2,2\text{k} + 1\text{k} \Rightarrow R_N = 25,2\text{k}\Omega$$

- 2) Em seguida, converteremos os geradores de corrente em geradores de tensão.

Conversão de I_1, R_1 em E_1, R_1 :

$$E_1 = I_1 \cdot R_1 = 20 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^3 \Rightarrow$$

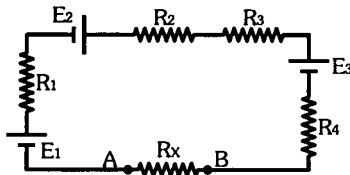
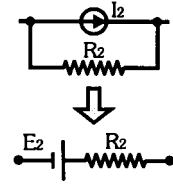
$$E_1 = 200\text{V}$$



Conversão de I_2, R_2 em E_2, R_2 :

$$E_2 = I_2 \cdot R_2 = 15 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^3 \Rightarrow$$

$$E_2 = 180\text{V}$$



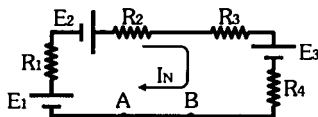
- 3) Agora, substituiremos R_x por um curto-circuito entre A e B e calcularemos a corrente I_N .

$$E_1 - V_1 + E_2 - V_2 - V_3 - E_3 - V_4 = 0 \Rightarrow$$

$$E_1 - R_1 \cdot I_N + E_2 - R_2 \cdot I_N - R_3 \cdot I_N - E_3 - R_4 \cdot I_N = 0 \Rightarrow$$

$$200 + 180 - 300 - (10000 + 12000 + 2200 + 1000) \cdot I_N = 0$$

$$25200 \cdot I_N = 80 \Rightarrow I_N = \frac{80}{25200} \Rightarrow I_N = 3,17\text{mA}$$

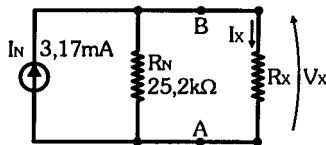


- 4) Com I_N e R_N determinados, calcularemos V_x e I_x em R_x .

$$I_x = \frac{R_N}{R_N + R_x} \cdot I_N \Rightarrow$$

$$I_x = \frac{25200}{25200 + 4700} \times 3,17 \times 10^{-3} \Rightarrow I_x = 2,67\text{mA}$$

$$V_x = R_x \cdot I_x = 4,7 \times 10^3 \times 2,67 \times 10^{-3} \Rightarrow V_x = 12,55\text{V}$$



Os métodos apresentados nos tópicos anteriores permitem a análise isolada de um único ramo ou bipolo do circuito. No entanto, para uma análise completa do circuito, esses métodos são inviáveis.

Dos vários métodos de análise completa existentes, isto é, que permitem calcular as tensões e correntes em qualquer ponto de um circuito elétrico, apresentaremos aqui apenas o *Método de Maxwell*, pelo fato de este gerar um sistema menor de equações.

O Método de Maxwell parte de correntes de malhas adotadas *arbitrariamente*, chamadas de *correntes fictícias*, pois em ramos comuns a duas ou mais malhas, haverá mais de uma corrente, o que, na realidade, é impossível.

No final da análise, serão encontradas as correntes reais em cada ramo do circuito, podendo-se calcular a tensão em todos os bipolos.

Método de Análise por Maxwell

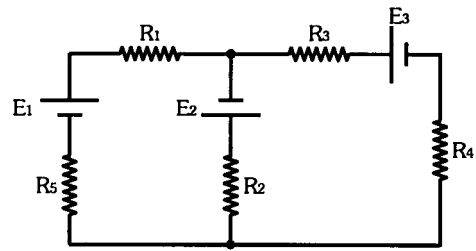
- 1) Adota-se um sentido arbitrário para as correntes nas diversas malhas do circuito e orientam-se as tensões nos bipolos receptores e geradores.
- 2) Aplica-se a Lei de Kirchhoff para Tensões nas malhas internas do circuito, chegando a um sistema de equações.
- 3) Resolve-se o sistema de equações, pela forma analítica ou matricial (veja Apêndice 1), encontrando as correntes fictícias das malhas.
- 4) Um resultado positivo de corrente significa que o sentido arbitrário adotado estava correto e, portanto, deve ser mantido; um resultado negativo de corrente significa que o sentido arbitrário adotado estava incorreto e, portanto, deve ser invertido, corrigindo nos resistores a polaridade das tensões afetadas.
- 5) Nos ramos comuns a duas malhas, a corrente real corresponde à soma algébrica das correntes fictícias encontradas, já com o sentido corrigido.
- 6) Com as correntes nos ramos determinadas, calculam-se as tensões nos diversos bipolos receptores do circuito.

Obs.: A resolução de um sistema de equações pela forma matricial é mais vantajosa quando o sistema é formado por mais de duas equações. Porém, a sua maior vantagem está na possibilidade de desenvolvimento de programas computacionais para a sua resolução, como, por exemplo, as planilhas eletrônicas, que permitem a resolução de matrizes.

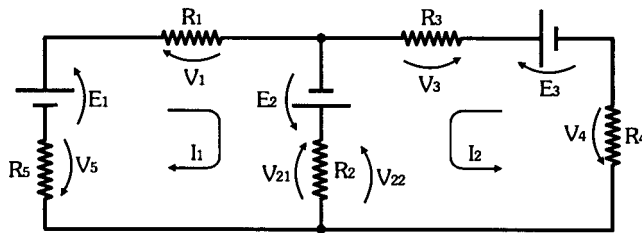
EXEMPLO

No circuito abaixo, determinaremos as correntes e tensões em todos os bipolos.

Dados: $E_1 = 20V$
 $E_2 = 10V$
 $E_3 = 5V$
 $R_1 = R_3 = R_5 = 100\Omega$
 $R_2 = R_4 = 330\Omega$



- 1) Primeiramente, adotaremos arbitrariamente uma corrente para cada malha interna do circuito, como I_1 e I_2 , e orientaremos as tensões nos resistores conforme o sentido adotado das correntes, e as tensões nos geradores conforme as suas polaridades.



Obs.: Note que em R_2 aparecem duas tensões: V_{21} por causa de I_1 e V_{22} por causa de I_2 .

- 2) Em seguida, aplicaremos a Lei de Kirchhoff para Tensões nas duas malhas e obteremos o sistema de equações:

$$\begin{aligned} \text{Malha 1:} \quad E_1 - V_1 + E_2 - V_{21} - V_{22} - V_5 &= 0 \Rightarrow E_1 - R_1 \cdot I_1 + E_2 - R_2 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 - R_5 \cdot I_1 = 0 \Rightarrow \\ 20 - 100 \cdot I_1 + 10 - 330 \cdot I_1 - 330 \cdot I_2 - 100 \cdot I_1 &= 0 \Rightarrow -530 \cdot I_1 - 330 \cdot I_2 = -30 \quad (I) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Malha 2:} \quad E_3 - V_3 + E_2 - V_{22} - V_{21} - V_4 &= 0 \Rightarrow E_3 - R_3 \cdot I_2 + E_2 - R_2 \cdot I_2 - R_2 \cdot I_1 - R_4 \cdot I_2 = 0 \Rightarrow \\ 5 - 100 \cdot I_2 + 10 - 330 \cdot I_2 - 330 \cdot I_1 - 330 \cdot I_2 &= 0 \Rightarrow -330 \cdot I_1 - 760 \cdot I_2 = -15 \quad (II) \end{aligned}$$

Portanto, o sistema de equações é formado por I e II :

$$\begin{cases} -530 \cdot I_1 - 330 \cdot I_2 = -30 & (I) \\ -330 \cdot I_1 - 760 \cdot I_2 = -15 & (II) \end{cases}$$

- 3) Agora, resolveremos o sistema de equações de forma analítica para determinarmos os valores de I_1 e I_2 :

$$\begin{cases} -530 \cdot I_1 - 330 \cdot I_2 = -30 & x(-330) \\ -330 \cdot I_1 - 760 \cdot I_2 = -15 & x(+530) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 174900 \cdot I_1 + 108900 \cdot I_2 = 9900 \\ -174900 \cdot I_1 - 402800 \cdot I_2 = -7950 \end{cases}$$

$$\text{Somando as duas equações, obteremos:} \quad -293900 \cdot I_2 = 1950 \Rightarrow I_2 = \frac{1950}{-293900} \Rightarrow I_2 = -6,63 \text{mA}$$

Substituindo I_2 na segunda equação, obteremos:

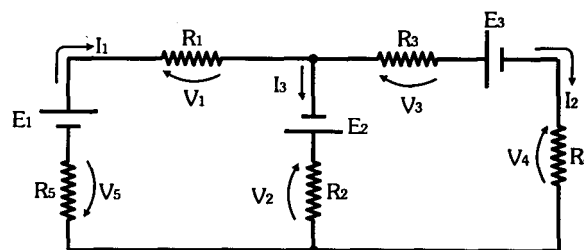
$$-330 \cdot I_1 - 760 \cdot I_2 = -15 \Rightarrow -330 \cdot I_1 - 760x(-6,63 \times 10^{-3}) = -15 \Rightarrow -330 \cdot I_1 + 5,04 = -15 \Rightarrow$$

$$I_1 = \frac{-15 - 5,04}{-330} \Rightarrow I_1 = 60,73 \text{mA}$$

EXEMPLO (continuação)

- 4) Pelos resultados obtidos, isto é, I_1 positivo e I_2 negativo, concluímos que o sentido correto de I_2 é o contrário do adotado inicialmente.

Por isso, corrigiremos o sentido da corrente I_2 e a polaridade das tensões afetadas e redesenharemos o circuito.



- 5) Em seguida, determinaremos o valor de I_3 no ramo central a partir das correntes fictícias I_1 e I_2 .

$$I_3 = I_1 - I_2 \Rightarrow I_3 = 60,73 \times 10^{-3} - 6,63 \times 10^{-3} \Rightarrow I_3 = 54,10 \text{ mA}$$

- 6) Finalmente, calcularemos as tensões nos diversos resistores do circuito:

$$V_1 = R_1 \cdot I_1 = 100 \times 60,73 \times 10^{-3} \Rightarrow V_1 = 6,07 \text{ V}$$

$$V_2 = R_2 \cdot I_3 = 330 \times 54,10 \times 10^{-3} \Rightarrow V_2 = 17,85 \text{ V}$$

$$V_3 = R_3 \cdot I_2 = 100 \times 6,63 \times 10^{-3} \Rightarrow V_3 = 0,66 \text{ V}$$

$$V_4 = R_4 \cdot I_2 = 330 \times 6,63 \times 10^{-3} \Rightarrow V_4 = 2,19 \text{ V}$$

$$V_5 = R_5 \cdot I_1 = 100 \times 60,73 \times 10^{-3} \Rightarrow V_5 = 6,07 \text{ V}$$

- 7) Em seguida, mostraremos que o mesmo sistema de equações poderia ser resolvido pela forma matricial.

Sistema de equações:

Sistema matricial:

$$\begin{cases} -530 \cdot I_1 - 330 \cdot I_2 = -30 \\ -330 \cdot I_1 - 760 \cdot I_2 = -15 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -530 & -330 \\ -330 & -760 \end{bmatrix} \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \end{matrix} = \begin{bmatrix} -30 \\ -15 \end{bmatrix}$$

Determinante da matriz incompleta:

$$\begin{vmatrix} -530 & -330 \\ -330 & -760 \end{vmatrix} \Rightarrow D = (-530) \times (-760) - (-330) \times (-330) = 402800 - 108900 \Rightarrow D = 293900$$

Determinante de I_1 : (substituindo a primeira coluna pela matriz de termos independentes)

$$\begin{vmatrix} -30 & -330 \\ -15 & -760 \end{vmatrix} \Rightarrow DI_1 = (-30) \times (-760) - (-330) \times (-15) = 22800 - 4950 \Rightarrow DI_1 = 17850$$

Determinante de I_2 : (substituindo a segunda coluna pela matriz de termos independentes)

$$\begin{vmatrix} -530 & -30 \\ -330 & -15 \end{vmatrix} \Rightarrow DI_2 = (-530) \times (-15) - (-30) \times (-330) = 7950 - 9900 \Rightarrow DI_2 = -1950$$

Cálculo de I_1 e de I_2 :

$$I_1 = \frac{DI_1}{D} = \frac{17850}{293900} \Rightarrow I_1 = 60,73 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{DI_2}{D} = \frac{-1950}{293900} \Rightarrow I_2 = -6,63 \text{ mA}$$

Como podemos notar, os resultados de I_1 e de I_2 são idênticos aos obtidos pela forma analítica (item 3).

As duas leis de Kirchoff (para tensões e para correntes) podem ser utilizadas para avaliar os resultados obtidos na análise de um circuito, verificando se eles estão corretos.

Para isso, basta aplicar a Lei de Kirchoff para Correntes aos nós do circuito e a Lei de Kirchoff para Tensões às suas malhas.

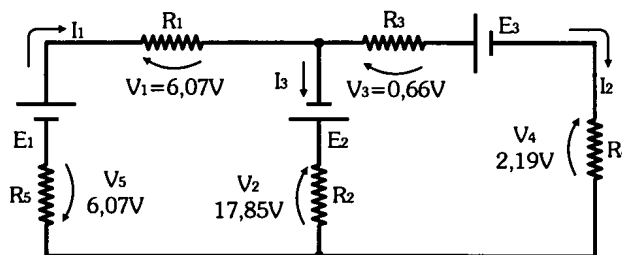
Porém, apenas a aplicação da Lei de Kirchoff para Tensões à malha externa do circuito é suficiente para a verificação.

Se a aplicação dessa lei for satisfeita, a análise pode ser considerada correta; caso contrário, ela deve ser revista.

EXEMPLO

A análise realizada no exemplo da página 74 obteve os resultados mostrados abaixo. Verificaremos se eles estão corretos por meio das Leis de Kirchoff.

Dados: $E_1 = 20V$
 $E_2 = 10V$
 $E_3 = 5V$
 $I_1 = 60,73mA$
 $I_2 = 6,63mA$
 $I_3 = 54,10mA$
 $R_1 = R_3 = R_5 = 100\Omega$
 $R_2 = R_4 = 330\Omega$



Aplicando a Lei de Kirchoff para Tensões à malha externa do circuito, tomando como referência o sentido horário, obtemos:

$$E_1 - V_1 - V_3 - E_3 - V_4 - V_5 = 0 \Rightarrow$$

$$20 - 6,07 - 0,66 - 5 - 2,19 - 6,07 = 0$$

$$0,01 = 0$$

Essa verificação comprova que a análise foi feita corretamente, pois a diferença ocorrida ($0,01 = 0$) é devido aos arredondamentos efetuados durante a resolução.

O *balanço energético* de um circuito verifica se os resultados obtidos numa análise indicam que toda energia fornecida pelos geradores é consumida pelos receptores passivos e ativos, já que “*toda energia fornecida deve ser consumida ou transformada*”.

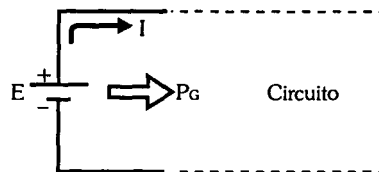
Se isso ocorrer, a análise pode ser considerada correta; caso contrário, ela deve ser revista.

Como $\text{energia} = \text{potência} \times \text{tempo}$, o balanço energético pode ser realizado por meio das potências envolvidas, ao invés das energias, não havendo necessidade de considerar o tempo de funcionamento do circuito.

Para que possamos equacionar o balanço energético, temos de considerar o seguinte:

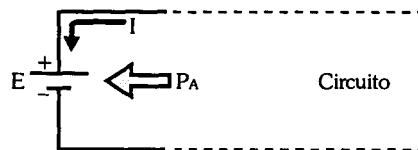
- Num circuito, as fontes de alimentação que funcionam como *geradores* são as responsáveis pelo fornecimento de energia a ele.

A potência total dos geradores será chamada de P_G .



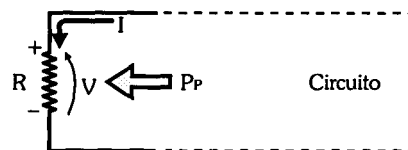
- Num circuito, as fontes de alimentação que funcionam como *receptores ativos*, ao invés de fornecerem energia, elas a consomem.

A potência total dos receptores ativos será chamada de P_A .



- Num circuito, todos os resistores funcionam como *receptores passivos* e, portanto, consomem energia.

A potência total desses receptores passivos será chamada de P_P .



Dessa forma, o balanço energético pode ser equacionado pelas potências envolvidas no circuito da seguinte forma:

$$P_G - P_A - P_P = 0$$

em que:

P_G = potência total dos geradores

P_A = potência total dos receptores ativos

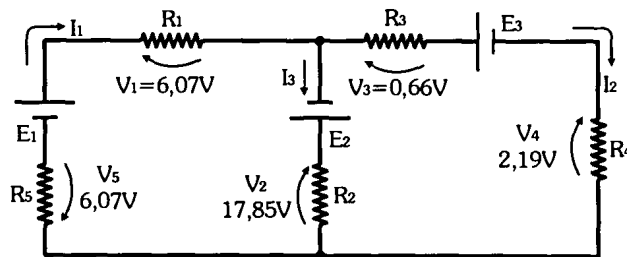
P_P = potência total dos receptores passivos

EXEMPLO

A análise realizada no exemplo da página 74 obteve os resultados mostrados ao lado. Verificaremos se eles estão corretos por meio do Balanço Energético.

Dados:

- $E_1 = 20V$
- $E_2 = 10V$
- $E_3 = 5V$
- $I_1 = 60,73mA$
- $I_2 = 6,63mA$
- $I_3 = 54,10mA$
- $R_1 = R_3 = R_5 = 100\Omega$
- $R_2 = R_4 = 330\Omega$



Nesse circuito, verificamos o seguinte comportamento dos bipolos:

Geradores: E_1 e E_2
 Receptor Ativo: E_3
 Receptores Passivos: R_1 , R_2 , R_3 , R_4 e R_5

Cálculo de P_G :

$$P_G = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_3 \Rightarrow$$

$$P_G = 20 \times 60,73 \times 10^{-3} + 10 \times 54,10 \times 10^{-3} \Rightarrow$$

$$P_G = 1,215 + 0,541 \Rightarrow P_G = 1,756W$$

Cálculo de P_A :

$$P_A = E_3 \cdot I_2 \Rightarrow$$

$$P_A = 5 \times 6,63 \times 10^{-3} \Rightarrow$$

$$P_A = 0,0336W$$

Cálculo de P_P :

$$P_P = V_1 \cdot I_1 + V_2 \cdot I_3 + V_3 \cdot I_2 + V_4 \cdot I_2 + V_5 \cdot I_1 \Rightarrow$$

$$P_P = 6,07 \times 60,73 \times 10^{-3} + 17,85 \times 54,10 \times 10^{-3} + 0,66 \times 6,63 \times 10^{-3} + 2,19 \times 6,63 \times 10^{-3} + 6,07 \times 60,73 \times 10^{-3} \Rightarrow$$

$$P_P = 0,369 + 0,966 + 0,004 + 0,015 + 0,369 \Rightarrow P_P = 1,723W$$

Portanto:

$$P_G - P_A - P_P = 0 \Rightarrow 1,756 - 0,033 - 1,723 = 0$$

O resultado do balanço energético comprova que toda energia fornecida ao circuito pelos geradores foi consumida pelos receptores.

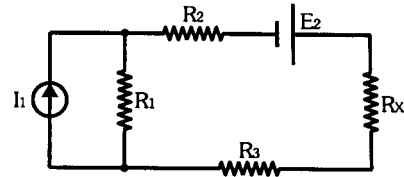
Isso comprova também que a análise anteriormente realizada está correta.

Exercícios Propostos

Método da Superposição

- 9.1) Considere o circuito ao lado e determine a tensão e a corrente em R_x pelo método da superposição.

Dados: $I_1 = 500 \text{ mA}$
 $E_2 = 20 \text{ V}$
 $R_1 = R_3 = 100 \Omega$
 $R_2 = R_x = 200 \Omega$

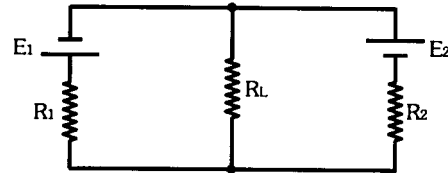


Método de Thévenin

- 9.2) Considere o circuito do exercício 9.1 e determine a tensão e a corrente em R_x pelo método de Thévenin.

- 9.3) Dado o circuito ao lado, determine a corrente e a tensão na carga R_L pelo método de Thévenin, para cada um dos valores seguintes que ela pode assumir:
 $R_{L1} = 100\Omega$; $R_{L2} = 500\Omega$; $R_{L3} = 1k5\Omega$.

Dados: $E_1 = 20\text{V}$
 $E_2 = 40\text{V}$
 $R_1 = 1k\Omega$
 $R_2 = 470\Omega$

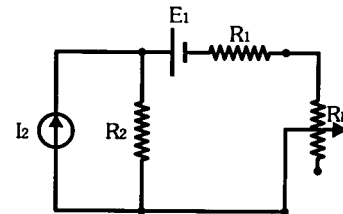


Método de Norton

- 9.4) Considere o circuito do exercício 9.1 e determine a tensão e a corrente em R_x pelo método de Norton.

- 9.5) Dado o circuito ao lado, determine a corrente no potenciômetro R_P pelo método de Norton quando ele assume os seguintes valores:
 0Ω ; 600Ω ; $1,2k\Omega$; $1,8k\Omega$; $2,2k\Omega$.

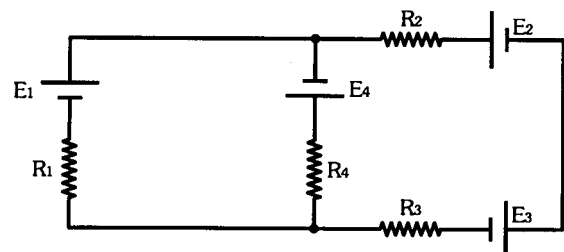
Dados: $E_1 = 24\text{V}$
 $I_2 = 40\text{mA}$
 $R_1 = 820\Omega$
 $R_2 = 1k2\Omega$
 $R_P = 2k2\Omega$



Método de Maxwell

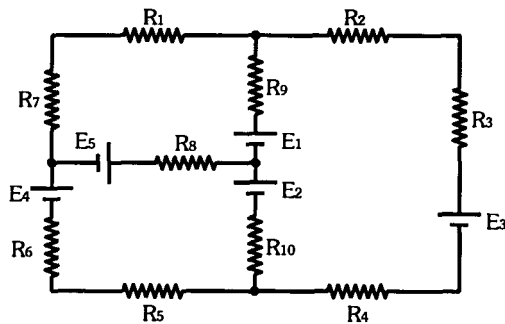
- 9.6) Determine as correntes e as tensões em todos os bipolos do circuito ao lado pelo método de Maxwell.

Dados: $E_1 = E_3 = 20\text{V}$
 $E_2 = E_4 = 10\text{V}$
 $R_1 = R_2 = 22\Omega$
 $R_3 = R_4 = 47\Omega$



9.7) Determine as correntes e as tensões em todos os bipolos do circuito ao lado pelo método de Maxwell.

Dados: $R_1 = R_3 = R_5 = R_7 = R_9 = 100 \Omega$
 $R_2 = R_4 = R_6 = R_8 = R_{10} = 200 \Omega$
 $E_1 = E_3 = E_5 = 9 \text{ V}$
 $E_2 = E_4 = 6 \text{ V}$



Verificação dos Resultados pelas Leis de Kirchhoff

9.8) Verifique se os resultados obtidos nos exercícios 9.6 e 9.7 estão corretos por meio das Leis de Kirchhoff.

Balço Energético de um Circuito

9.9) Verifique se os resultados obtidos nos exercícios 9.6 e 9.7 estão corretos por meio do Balço Energético.